

**ИНВАРИАНТНЫЙ СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РАБОТЫ СИСТЕМ  
УПРАВЛЕНИЯ ТРАНСПОРТНЫМИ ПРОЦЕССАМИ****С. А. Селиверстов (Санкт-Петербург)**

Анализ транспортных процессов (ТП) – неотъемлемая часть функционально полного операторного базиса работы любой транспортной системы (ТС) [1]. Казалось бы, роль статистических методов при его выполнении должна объективно возрастать по мере неуклонного роста сложности ТС, ресурсного дефицита (прежде всего энергетического и коммуникационного) и роста неопределённости как внешней информационной среды функционирования ТС, так и внутренней, определяемой непредсказуемыми отклонениями её работы от равновесного (или устойчиво работоспособного) состояния. На практике же наблюдается иная картина – предпочтение отдаётся не научным методам анализа и управления сложными системами и процессами, а опыту и интуиции оператора или диспетчера. Причины такого положения кроются в том, что традиционные статистические методы анализа ТП, основанные на гипотезе неограниченной однородной генеральной совокупности (ГС) с априорно заданным законом распределения случайных событий и на параметрической оценке его адекватности наблюдаемым данным, неудовлетворительно работают на малых выборках и, главное, не учитывают фактора существования внутренней организованности наблюдаемого потока событий. Не секрет, что только согласованность внутренней организованности системы с внешними граничными условиями окружающей её информационной среды посредством постоянного во времени поиска состояния динамического равновесия системы является залогом её устойчивого функционирования [2]. Для примера достаточно сослаться на гомеостат У. Эшби [3], воплощающий в себе указанный принцип организации сложных систем.

Нужно сказать, что в последнее время появились работы, в которых данную проблему начинают осознавать. Однако до сих пор не ставится вопрос о поиске собственных спектров наблюдаемой совокупности данных, что отрицательно сказывается на эффективности и качестве результатов анализа ТП, являющихся предтечей процессов прогнозирования поведения сложных ТС и управления ими, и порождает скепсис у управленческого персонала. Не потому ли на практике так распространён гистограммный метод анализа случайных процессов ввиду его наглядности и предоставляемой возможности «живого общения» с анализируемым процессом? Но и здесь возникает ряд вопросов, на которые традиционная статистика не в состоянии дать однозначные ответы. Например, из каких соображений выбирать число интервалов гистограммы при стратификации наблюдаемой совокупности данных, какой должна быть величина интервала, что делать с «выбросами» в потоке событий (учитывать их или не учитывать), что делать с проявленными волнами плотности распределения потока (сглаживать их или не сглаживать) и, наконец, как избавиться от «проклятия» размерности выборки, оказывающей решающее влияние на результат и качество статистического анализа ТП? А ведь указанный анализ на практике проводится именно на выборках малой размерности ввиду высокой затратности, а часто и невозможности её увеличения.

Выход видится в отказе от декларации ГС, от априорного задания параметрического закона распределения значений наблюдаемых событий и в построении собственных спектров распределения с собственным, присущим только им, законом распределения, несущих в себе скрытую от глаз информацию о внутренней организованности анализируемых ТП. Эту и перечисленные выше проблемы предлагается решать, опираясь на инвариантную статистику [4], суть которой заключается в построении статистических инвариантов, с одной стороны, не зависящих от длины выборки случайных со-

бытий, но зависящих от граничных условий наблюдаемых данных, с другой. Указанные инварианты определяют масштаб флуктуаций и степень внутренней организованности данных и кладутся в основу генерации собственного спектра наблюдаемой совокупности случайных событий. Стало быть, отпадает необходимость обращения к ГС данных и в априорном задании закона их распределения.

**Инвариантный статистический анализ** включает определение *внешних и внутренних* граничных условий и определение *внутренней структуры* спектральных распределений случайных событий. **Внешние граничные условия** совокупности случайных событий образуют среднее значение совокупности случайных событий, предельные отклонения от среднего, дисперсию и статистические инварианты, вычисляемые как:

$$J_{k-1} = x_n^k / x_n^{k-1}, \quad k=2, n$$

(здесь  $x$ ,  $n$  и  $k$  – соответственно параметр случайного события, количество событий, порядок центральных статистических моментов) и представляемые в дальнейшем дисперсным разложением.

При определении *внутренних граничных условий* сложное событие представляется *смесью простых с априори* заданным количеством резонансных ритмов. На практике преимущественно используются простые события с двумя или тремя резонансными ритмами. Определяются *вероятности возбуждения* и значение *размаха колебаний резонансных ритмов*.

**Внутренняя структура распределения случайных** событий характеризуется наличием в их спектрах резонансных ритмов, возникает как следствие установившегося равновесия между ресурсными возможностями анализируемой системы и внешними возмущениями информационной среды и задаётся: распределением ритмов наблюдаемых случайных событий, значениями вероятностей их возбуждения и значениями границ между резонансными ритмами (или стратами соответствующих им наблюдаемых случайных событий).

Построение распределения случайных величин, наиболее часто встречающегося на практике, простого события с тремя резонансными ритмами выполняется относительно среднего значения, входящего в состав внешних граничных условий. Ритмы, расположенные слева от среднего, получают посредством последовательного вычитания из него величины  $x_1$ , а справа – посредством прибавления к нему величины  $x_2$  с учётом величины  $S = x_2 - x_1$  размаха колебаний резонансных ритмов простого события.

Значения вероятностей возбуждения ритмов вычисляются по формуле:

$$p = \frac{n!}{n_1! n_3! n_2!} \times p_1^{n_1} p_3^{n_3} p_2^{n_2},$$

где  $n = n_1 + n_3 + n_2$ , а  $n_1, n_3, n_2$  – значения количеств резонансных ритмов, выбираемых из заранее построенной таблицы.

**Стратификация спектральных распределений** включает определение количества страт и значений их границ.

Количество страт зависит от количества резонансных ритмов, а границы между стратами определяются пересечением конусов, образованных рассеянием случайных величин двух соседних страт. Инвариантный статистический анализ завершается построением *графика спектрального распределения* наблюдаемых случайных событий в

координатах «вероятности возбуждения резонансных ритмов, их значения» и оценкой его адекватности с гистограммой/

### Выводы

1. Принятая здесь концепция замещения континуальной системы алгебраической с дискретным множеством состояний использовалась ещё Архимедом при поиске равновесия жёстко связанной системы масс с плечами от неподвижной точки системы (центра масс). При таком замещении система замкнута и определена, если известны замещающие состояния и их веса. Оно успешно применялось механиками при поиске резонансных частот в связанных упругих механических системах. Сам же метод получил название «метод замещающих точек». Если множество статистических моментов и соответствующих им статистических инвариантов счётно, а количество инвариантов выбирается таким, чтобы закон распределения случайных событий восстанавливался однозначно вне зависимости от размера их выборки и без принятия гипотезы ГС. Такой метод замещения континуальных случайных процессов уместно назвать «методом статистических моментов или статистических инвариантов».

2. Априорное задание количества резонансных ритмов в простом случайном событии – единственное ограничение, накладываемое на представление сложного события смесью простых и несравнимо более слабое, нежели принятие гипотезы ГС с априори заданным законом распределения наблюдаемой совокупности событий. К тому же имеется алгоритмическая возможность обойти и это ограничение посредством перебора простых событий с разным количеством резонансных ритмов в них (а не только рассмотренных здесь двух и трёх) с целью выбора наиболее подходящего.

3. Приведённый выше порядок вычисления значений внешних и внутренних граничных условий поведения наблюдаемого потока случайных событий и определение его внутренней структуры хорошо поддаётся алгоритмизации и может быть погружён в компьютерную программу, входными данными которой будет служить дискретный ряд значений случайных величин, а выходными – график спектрального распределения событий. Выполняя мониторинг состояния объекта управления, можно не только обновлять указанный график, но и указывать на нём положение фазовой точки процесса управления и принимать в соответствии с ним требуемые управленческие решения.

4. О гистограммах. На практике построение гистограмм, как начального этапа группировки статистических данных, задаётся волевым образом. Множество данных, попадающих в каждую страту, сосредотачивается в её середине. Это означает, что в рамках статистической традиции допускается предположение о равномерности распределения однородных событий внутри страты. Такое предположение оправдано, когда речь идёт о неорганизованных или слабо организованных потоках событий. Но если потоки событий происходят в среде внутренних и внешних граничных условий, характеризующих асимметрией распределений, то условия однородности и равномерности нарушаются. Указанная асимметрия вызывает волны «ряби» на гистограммах, образующие тонкую структуру статистических распределений в виде дополнительного спектра частот. Эти волны имеют реальную физическую природу, а не являются парадоксом математической абстракции метода анализа, на что в своё время обратили внимание Гиббс (эффект Гиббса) и профессор МГУ А. Шноль. Важнейшая роль самих граничных условий проявляется не только в возможности корректировки резонансных спектров распределений, но и в возможности управления ими. Технология же выявления волн «тонкой структуры статистических распределений» будет полезна в анализе и прогнозе поведения сложных экономических систем и иных случайных процессов, на что в своё время обратил внимание Н. Кондратьев. Такие волны названы его именем.

## Литература

1. **Белый О. В., Кокаев О. Г., Попов С. А.** Архитектура и методология транспортных систем. СПб.: Элмор, 2002. 249 с.
2. **Кокаев О. Г.** О самоорганизации транспортных процессов в транспортных системах // Транспорт. Наука. Техника. Управление. М.: ВИНТИ. 2006. № 4.
3. **Эшби У. Р.** Проблемы кибернетики. М.: Изд-во. иностр. лит., 1959.
4. **Трифанов В. Н.** Инвариантный статистический анализ и управление в транспортных системах. СПб.: Элмор, 2003. 190 с.
5. **Крейн М., Лемуан О.** Введение в регенеративный метод анализа моделей. М.: Наука, 1982.
6. Методы анализа данных. Подход, основанный на методе динамических сгущений / Под ред. Э. Диде. М.: Финансы и статистика, 1985.
7. **Рунион Р.** Справочник по непараметрической статистике. Современный подход. М.: Финансы и статистика, 1982.
8. **Бурков В. Н., Кондратьев В. В., Цыганков А. В., Черкашин А. М.** Теория активных систем и совершенствование хозяйственного механизма. М.: Наука, 1984.
9. **Поспелов Г. С.** Научно-технический прогресс и проблемы планирования народного хозяйства. // Известия АН СССР. Техническая кибернетика. 1982. Вып. 6.

*В заключение выражаю благодарность канд. техн. наук Трифанову В. Н. за консультационную помощь при подготовке материала тезисов.*