

**О МЕТОДЕ ПОСТРОЕНИЯ ИМИТАЦИОННОЙ МОДЕЛИ НА ПРИМЕРЕ
ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ КОНКУРЕНЦИИ ДВУХ ФИРМ****В. В. Киндинова, Е. В. Кузнецова (Москва)**

Одним из способов построения сложных моделей в математическом моделировании является поэтапное построение, когда за начальную основу берется базовая модель, а дальше в результате поэтапного усложнения на каждом шаге получается новая модель, входящая в множество иерархических моделей увеличивающейся сложности [1]. Базовая модель – это математическая модель, основные свойства которой можно сформулировать точно в виде теорем, полученных строгими аналитическими методами.

Идея постепенного наращивания сложности, построения иерархии «вложенных» друг в друга математических моделей различной степени сложности высказывалась ранее. И. А. Полетаев писал: «Последовательное усложнение и наращивание моделей, составленных из уже изученных звеньев, позволит выделить и классифицировать типичные ситуации и даст в итоге прочную основу для суждений и прогнозов в практически важных задачах» [1, с. 350].

В работе исследуется применение «принципа минимального угла зрения» [5, 6] для построения имитационной модели (ИМ) рынка дуополии [2]. Интерес к такому принципу построения сложных моделей объясняется тем, что существует достаточно примеров, иллюстрирующих эффективность построения иерархии моделей как метода познания сложных систем. Например, современная физика – это логически связанная система математических моделей. Новые модели, т.е. новые теории, не отвергали старые, а включали их как некоторый частный случай, например модели Навье–Стокса включали в себя, в частности, модель Эйлера. Биофизика – не описательная наука, одна из главных её идей – проникновение в сущность явлений путём построения иерархии математических моделей, выявляющих закономерности процессов, протекающих в живых системах. Иерархия моделей использовалась в работах А. Д. Базыкина и его сотрудников при исследовании экосистемы двух трофических уровней методом развёртывания иерархической сети упрощённых математических моделей [4].

Используя принцип минимального угла зрения, «при моделировании конкретного объекта следует начинать его рассмотрение с возможно более далёкого расстояния (с минимальным углом зрения), на котором ещё остаётся различимым лишь тот минимум свойств объекта, без учёта которого рассмотрение теряет смысл. Затем, осуществляя постепенное приближение к объекту, нужно увеличивать угол зрения, останавливаясь и разрабатывая новые модели объекта всякий раз, когда становятся различимыми более мелкие свойства или структуры объекта. Естественно, что учёт более тонкой структуры объекта даёт возможность получить более “богатую” модель, которая, однако, включает в себя особенности поведения модели меньшего угла зрения. Следовательно, создаваемый при таком постепенном приближении к объекту ряд моделей должен обладать свойством соответствия, т.е. набор свойств модели меньшего угла зрения должен вкладываться в набор свойств модели любого из больших углов зрения» [1, с. 349–350]. При таком подходе модель минимального угла зрения является базовой для построения более детальных моделей конкретной сложной системы.

ИМ для анализа конкуренции двух фирм была разработана с использованием подхода системной динамики в среде моделирования AnyLogic. Разработанной потоковой диаграмме в среде AnyLogic соответствует аналитическое представление в виде системы нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) первого порядка. Представленная ИМ является развитием модели рынка дуополии, описанной в работе [2].

На начальном этапе разработки ИМ модели за базовую модель была принята модель Ф. Басса [8], математическая форма которой имеет вид нелинейного дифференциального уравнения первого порядка:

$$\frac{dN}{dt} = (a + bN)(M - N)$$

с начальным условием

$$N(0) = N_0.$$

N является функцией времени и представляет число (или долю) владельцев продукта. Значение N_0 описывает число (или долю) пользователей нововведения в тот начальный момент времени, начиная с которого исследователь считает модель пригодной для описания явления. Величина M отражает долговременный потенциал рынка. Параметры a и b характеризуют интенсивность “внешнего” и “внутреннего” воздействия, соответственно. Параметр внешнего воздействия описывает влияние рекламы на рост числа потребителей продукта. Параметр внутреннего воздействия характеризует скорость распространения информации в ходе межличностных отношений.

Ограничения модели Басса:

- создавалась для реально новых категорий продуктов;
- имеет бинарную структуру принятия решения о покупке;
- в модель не включались повторные покупки;
- не учитывались изменения параметров a и b во времени и под воздействием внешней среды;
- агрегированные данные продаж не связаны с индивидуальным потребительским поведением;
- не учитывалось появление замещающих продуктовых категорий.

В результате поэтапного усложнения базовой модели была получена ИМ для анализа конкуренции двух фирм, позволяющая исследовать причины возникновения лавин и циклов запаздывания. ИМ учитывает возможность совершения повторных покупок и изменения потенциала рынка. Структура базовой модели во многом усложнилась за счет добавления блока конкуренции, описывающего процесс покупки товаров у фирмы-конкурента. Также структура базовой модели расширилась за счет добавления следующих переменных: цена на товар у фирмы и у фирмы-конкурента, конкурентная привлекательность товара фирмы, себестоимость товара фирмы и фирмы-конкурента, время производственного цикла, расходы на производство фирмы и фирмы-конкурента, время реакции на действия фирмы-конкурента. Аналитическое представление ИМ-система из девяти нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка, где динамические переменные: $Y1$ – потери товара у фирмы-конкурента, $Y2$ – количество товара фирмы-конкурента, $Y3$ – потеря товара у фирмы, $Y4$ – количество товара фирмы, $Y5$ – прибыль фирмы-конкурента, $Y6$ – прибыль фирмы, $Y7$ – купившие товар у фирмы-конкурента, $Y8$ – купившие товар у фирмы (соответствует динамической переменной N базовой модели), $Y9$ – численность потенциальных покупателей (изменяющийся потенциал рынка, соответствует величине M базовой модели).

В ходе анализа системы ОДУ был выделен блок из двух уравнений, определяющих непосредственно конкуренцию, где в качестве исследуемых динамических переменных выступают количество потребителей, предпочитающих товар фирмы (динамическая переменная $Y8$), и количество потребителей, предпочитающих товар фирмы-конкурента (динамическая переменная $Y7$). Сходство уравнений, описывающих конкурентную борьбу фирм, и уравнений, используемых для моделирования кинетики популяций, позволяет применять к ним те же методы исследований, что и в [4]. При

фиксированных значениях параметров были проведены тестовые прогоны ИМ и на выходе были получены характеристики системы, которые были predeterminedены аналитическим методом. Также в ходе экспериментов был получен результат, совпадающий с выводом в работе [3], о том, что сосуществование конкурентов неустойчиво и возможно только если в борьбе используются методы, выходящие за рамки чисто рыночных отношений. Была проведена серия экспериментов по исследованию числа потребителей, предпочитающих товары той или иной фирмы в зависимости от цены на товар, от параметра эффективности рекламы, от частоты общения между покупателями, от времени реакции фирмы-конкурента. Экспериментально обнаружены и исследованы явления лавины и гистерезиса [2], полученные результаты согласуются с выводами экономистов. Hermann Simon утверждает, что для инициирования гистерезиса во времени должно совпасть несколько факторов, влияющих на спрос, это – ценовая стратегия фирмы, маркетинговая стратегия, потребительская взаимозависимость и реакция конкурентов на действия фирмы [9]. Результаты экспериментов также согласуются с результатами, полученными с помощью агентной модели монополистического рынка с дискретным выбором и сетевой структурой [10].

Ниже приведены результаты, полученные в ходе экспериментов над ИМ.

1. Исследуется изменение значения динамической переменной Y_8 от цены на товар и частоты общения между покупателями. При задании большого значения коэффициента частоты общения между покупателями количество покупателей, готовых купить товар за высокую цену, больше (рис. 1), нежели при небольшом коэффициенте частоты общения. В последнем случае спрос увеличивается только при значительном уменьшении цены на товар (рис. 2).

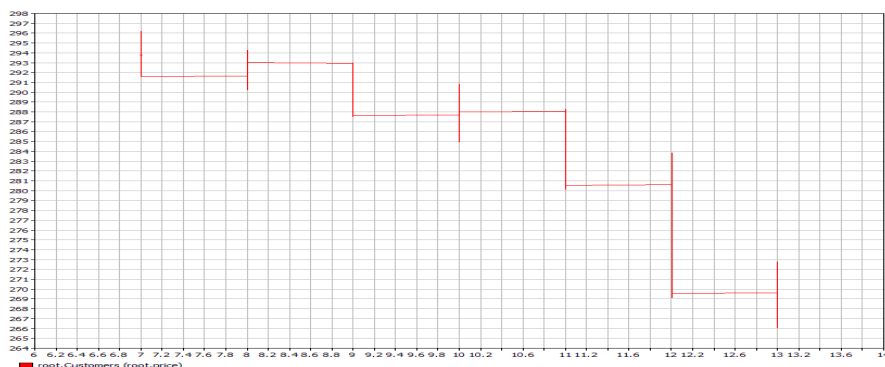


Рис. 1. Зависимость Y_8 от цены при частоте общения 150

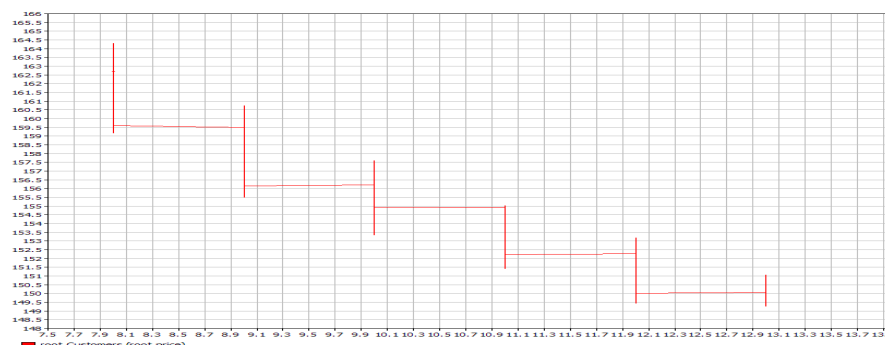


Рис. 2. Зависимость Y_8 от цены при частоте общения 50

2. Выявлен эффект “лавины”. Термин “лавина” ассоциируется с цепной реакцией, когда потребитель находится под непосредственным влиянием других потребителей и под косвенным влиянием изменяющейся цены. Экспериментально подтвердилось, чем больше связанность потребителей (частота общения), тем больше вероятность воз-

никновения лавины, причем не локальной, а глобальной. Рис. 3 – пример образования глобальной лавины, рис. 4 – возникновения локальных лавин в случае группового общения покупателей.

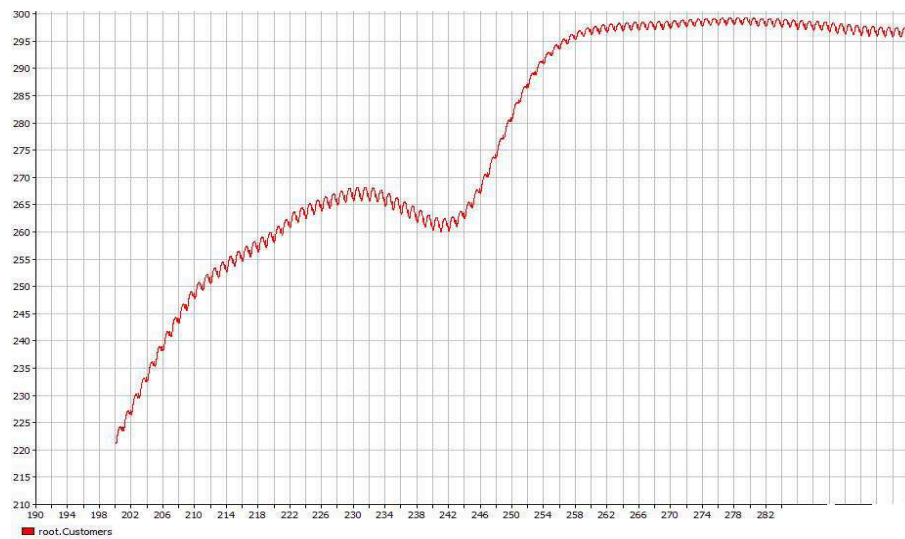


Рис. 3. Зависимость Y_8 от времени при заданной цене на товар и частоте общения 200

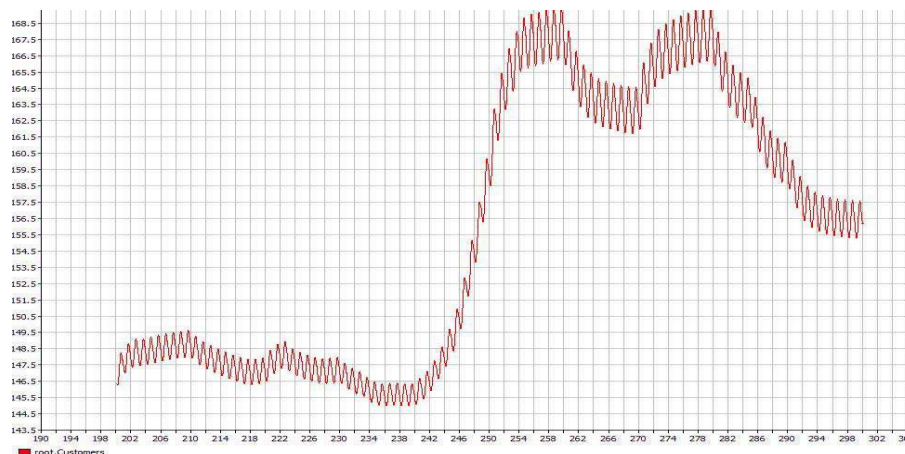


Рис. 4. Зависимость Y_8 от времени при заданной цене на товар и частоте общения 20

3. Эффект гистерезиса. Для заданной вариации цены были проведены наблюдения за изменением значения динамической переменной Y_8 , так как цена – это один из важнейших факторов возникновения гистерезиса. В рассматриваемой ситуации конкурент не реагирует на действие фирмы. Верхняя часть графика соответствует промежутку возрастания цены, нижняя часть графика – промежутку убывания. На графике рис. 5 коэффициент частоты общения больше чем на графике рис. 6. Видно, что разрыв между спросом (количество людей, купивших товар) при возрастании цены и спросом при убывании цены уменьшается при росте коэффициента частоты общения.

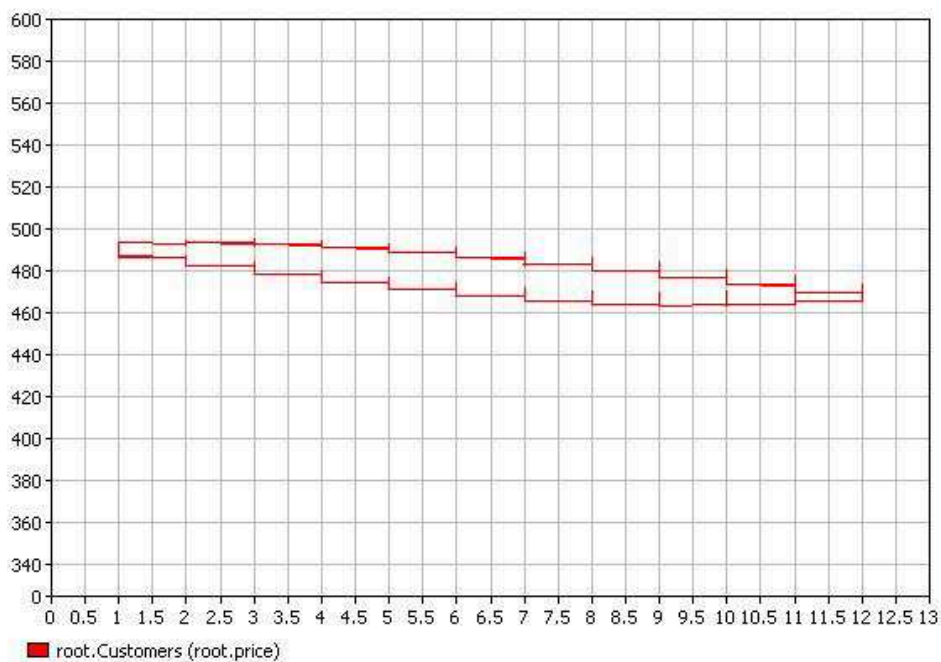


Рис. 5. Эффект гистерезиса при изменении цены и при частоте общения 150

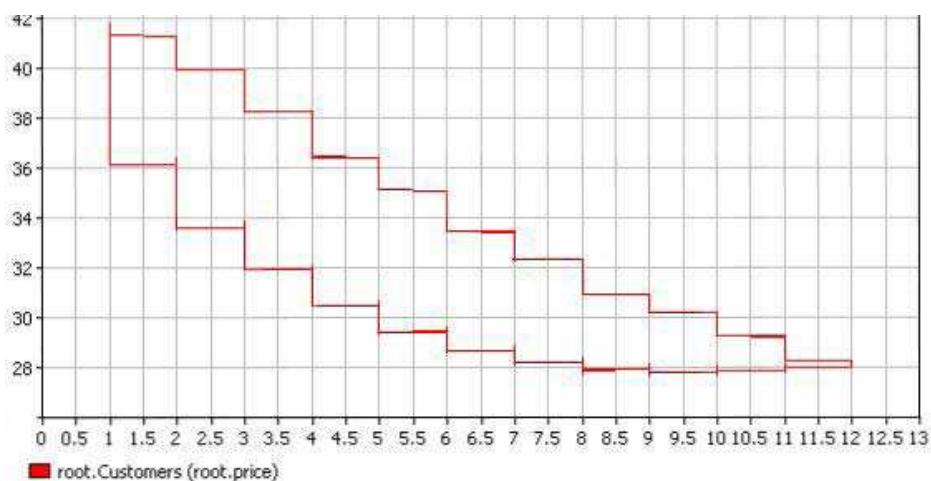


Рис. 6. Эффект гистерезиса при изменении цены и при частоте общения 50

На данном этапе исследовательской работы изучается вопрос оценки пригодности ИМ [7], ориентированных на исследование экономических процессов. Т. Нейлор и Дж. Фингер особо отмечали, что «проблема оценки пригодности является наиболее туманной из всех нерешенных проблем машинной имитации» [11, стр.153].

Внимание Т. Нейлора уделяется точке зрения К. Поппера, предложившего перенести внимание с вопроса о том, была ли установлена пригодность модели, на вопрос о степени ее экспериментального подтверждения. Предполагается, если в последовательности эмпирических испытаний модели не получено отрицательных результатов, а число положительных примеров постоянно увеличивается, то доверие к модели шаг за шагом растет. Опираясь в своем исследовании на точку зрения К. Поппера, было проведено эмпирическое тестирование ИМ: спланированы эксперименты над моделью и осуществлен сравнительный анализ полученных результатов.

Литература

1. Иерархия моделей математической биологии и численно-аналитические методы их исследования // Математическая биология и биоинформатика. 2007. Т. 2. № 2. С. 347–360.
2. **Киндинова В. В., Кузнецова Е. В.** Системная динамика в задачах имитационного моделирования рынка дуополии // Вестник Московского авиационного института. 2009. Т. 16. № 7. С. 96–103.
3. **Зульпукаров М.-Г. М., Чернавский Д. С., Щербаков А. В.** <http://nonlin.ryx.u/node/1198>.
4. **Базыкин А.Д.** Биофизика взаимодействующих популяций. М., Наука, 1985.
5. **Галицкий В. В.** О моделировании продукционного процесса в растительном сообществе. Моделирование биогеоценотических процессов. М.: Наука. 1981. 104–118.
6. **Галицкий В. В., Тюрюканов А. Н.** О методологических предпосылках моделирования в биогеоценологии // Моделирование биогеоценотических процессов. М.: Наука. 1981. С. 29–47.
7. **Румянцев М. И.** К вопросу оценки адекватности имитационных моделей банковских бизнес-процессов // Сб/ научных трудов по материалам международной научно-практической конференции «Современные проблемы и пути их решения в науке, транспорте, производстве и образовании». 2010. С. 84–93.
8. **Bass F. M.** A New Product Growth for Model Consumer Durables // Management Science. 1969. Vol. 15. P. 215–227.
9. **Hermann Simon.** Hysteresis in Marketing A New Phenomenon? Sloan Management Review / Spring 1997.
10. Модель “The Monopolist’s Market with Discrete Choices and Network Externality Revisited: Small-Worlds, Phase Transition and Avalanches in an ACE Framework” (Монополистический рынок с дискретным выбором и сетевой структурой): <http://perso.univ-rennes1.fr/denis.phan/papers/ppn2003.pdf>
11. **Нейлор Т.** Машинные имитационные эксперименты с моделями экономических систем / Пер. с англ. М.: Мир, 1975. 502 с.