

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СУХОГО ТРЕНИЯ

И. Н. Томилов, М. С. Мыссак, М. С. Денисов (Новосибирск)

Исследование трения – одна из важнейших проблем современного машиностроения. В последнее время научный интерес к эффективному моделированию процессов трения возрос в связи с тем, что проектирование и разработка высокотехнологичных механических и электротехнических устройств (дисководы, следящие механизмы высокой точности, роботы, пневматические и гидравлические системы, антиблокировочные системы торможения) требуют глубоких знаний законов трения.

Трение включает в себя широкий спектр маломасштабных физических явлений: эластичные и пластические деформации, механику жидкостей и газов, распространение волн и др. Трение – это существенно нелинейное сложно формализуемое явление, поэтому его исследование аналитическими методами невозможно.

В работе исследуется механизм сухого трения методом компьютерного моделирования с применением инструментальных средств. В существующих средах компьютерного моделирования ограничена спецификация сложных иерархических карт поведения и сложных нелинейных зависимостей, которыми формализуются механизмы трения. Предложен механизм структурно-текстового описания в совокупности с иерархическими картами поведения при построении модели трения в инструментальной среде ИСМА [10].

Зависимость силы сухого трения от скорости. При описании явлений сухого трения в настоящее время наиболее широко применяется закон Амонтона–Кулона, в котором используется понятие коэффициента трения $k_{тр}$ как отношения силы трения к силе прижатия тела к поверхности трения:

$$F_c = k_{тр} \cdot P . \quad (1)$$

При этом коэффициенту $k_{тр}$ придается значение физической константы, полностью определяющей силу трения для любой пары контактирующих материалов.

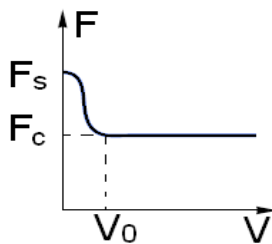


Рис. 1. Зависимость силы сухого трения от скорости с учетом штрибек-эффекта
(F_s – сила статического трения;
 F_c – кулоновская сила)

Однако уже в XIX веке выяснилось, что коэффициент трения не является универсальной характеристикой. В частности, было доказано, что сила статического трения отличается от силы трения при движении [6]. В 1902 г. немецкий ученый Рихард Штрибек опубликовал данные, свидетельствующие о том, что в случае сухого трения сила трения постепенно снижается от значения силы статического трения до кулоновской силы по некоторой кривой (рис. 1). Это явление было названо штрибек-эффектом [5].

Описание объекта исследования. В качестве объекта моделирования рассматривается система [2], состоящая из упругой поверхности, размещенного на ней тела массой m и пружины с коэффициентом жесткости k . Между телом и поверхностью существует сухое трение (рис. 2).

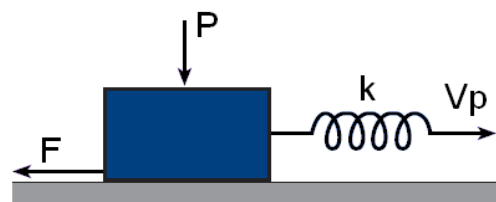


Рис. 2. Объект исследования

Один конец пружины прикреплен к телу, а второй перемещается с постоянной скоростью V_p . При растяжении пружины возникает упругая сила $k \cdot x$ (x – растяжение пружины), стремящаяся вывести тело из положения покоя. Но движение тела происходит только после того, как сила упругости превысит силу статического трения ($k \cdot x > F_s$), после чего тело начинает «скользить» со скоростью V по поверхности. Теперь на него действует сила сопротивления скольжению, которая меньше силы статического трения. Возникает положительная разность сил, разгоняющая тело. Пружина начинает сжиматься, а создаваемая ею упругая сила – уменьшаться. Скорость движения тела уменьшается, и в итоге оно останавливается и «прилипает» к поверхности. Таким образом, в системе периодически сменяются фазы «скольжения» и «прилипания». Следовательно, природа движения тела колебательная, где периодически меняются стадии покоя и движения. Такое движение называется *фрикционными автоколебаниями*, так как они порождены трением и являются внутренним свойством системы. Внешнее воздействие – поступательное движение троса – не является колебательным. Оно компенсирует потери энергии в контакте скольжения и обеспечивает незатухающие колебания.

Таким образом, выделены фазы (состояния) покоя и движения в процессе функционирования системы. Фаза движения, в свою очередь, делится на движение в зоне штрибек-эффекта при малых скоростях и движение в зоне действия закона Амонтона–Кулона, т.е. логика функционирования системы иерархическая. В соответствии с этим разрабатываемая модель должна отображать иерархическую структуру.

Математическая модель. В режиме покоя тело неподвижно, а пружина растягивается со скоростью V_p . Тогда выражение для удлинения пружины x имеет вид

$$\frac{dx}{dt} = V_p. \quad (2)$$

Система остается в покое, пока сила упругости пружины не превысит силу статического трения $k \cdot x \leq F_s$, после чего тело начинает движение в направлении силы упругости пружины. Уравнения в режиме движения принимают вид

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= V_p - V; \\ \frac{dV}{dt} &= \frac{k \cdot x - F(V)}{m}, \end{aligned} \quad (3)$$

где F – сила трения, является функцией скорости. Зависимость $F(V)$ представлена на рис. 1.

Движение продолжается до тех пор, пока скорость движения не станет равна нулю $V \geq 0$.

В работе также предлагается выполнить линейризацию нелинейной характеристики штрибек-эффекта (рис. 3). Тогда система (3) примет вид (4):

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= V_p - V; \\ \frac{dV}{dt} &= \frac{k \cdot x - F}{m} \\ F &= \begin{cases} F_s - F_C \cdot V, & V \leq V_0; \\ F_C, & V > V_0. \end{cases} \end{aligned} \right. \quad (4)$$

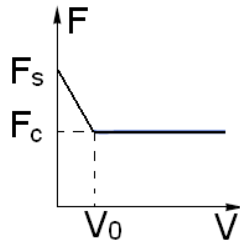


Рис. 3. Линейнизация штрибек-эффекта

Программное обеспечение. Как следует из описания, объект моделирования проявляет непрерывные и дискретные аспекты поведения [1]. Исследование процесса проводится в системе компьютерного моделирования ИСМА, позволяющей учитывать специфику моделирования гибридных систем (ГС) [4]. Следуя современным тенденциям науки компьютерного моделирования, выполнено расширение формализмов представления моделей ГС в рамках инструментальной среды [8]. Введен формализм карт поведения, позволяющий в наглядной

форме отобразить и корректно описать дискретные аспекты поведения моделируемого объекта. Фрагмент программной модели типичной ГС [7] в инструментальной среде с использованием нового формализма приведен на рис. 4, иллюстрирующем многовариантность построения модели ГС.

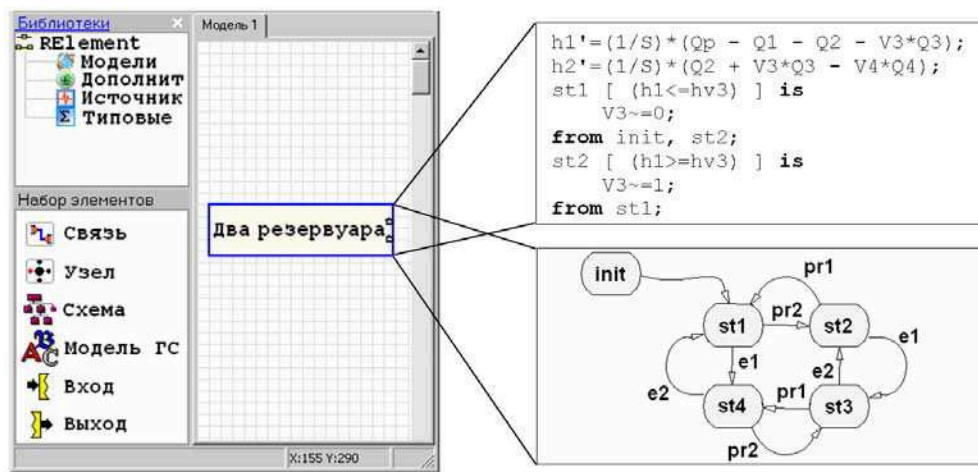


Рис. 4. Пример построения гибридной модели в ИСМА

Построение программной модели. Программная модель с использованием нелинейного звена для реализации штрибек-эффекта (см. рис. 1) представлена на рис. 5. Нелинейная характеристика задается ограниченным набором точек, по которому проводится линейная аппроксимация.

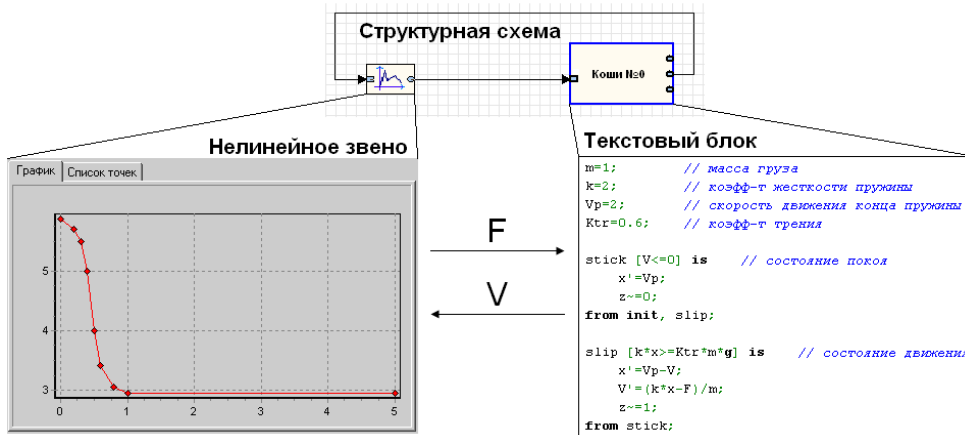


Рис. 5. Программная модель системы трения

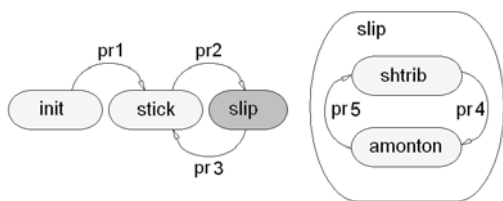


Рис. 6. Иерархическая карта поведения

Такой вариант реализации представляет собой не что иное, как систему автоматического регулирования с обратной связью [3], реализованную на структурных элементах библиотеки ИСМА высокого уровня, где величина силы трения устанавливается автоматически в зависимости от скорости движения тела.

В случае использования линеаризованной модели (4) каждому линейному участку характеристики (см. рис. 3) будет соответствовать непрерывное состояние в программной модели. Программная модель в ИСМА с применением формализма иерархических карт поведения представлена на рис. 6.

На рис. 6 введены обозначения: $pr1, pr3: V \leq 0$, $pr2: k \cdot x > F_s$, $pr4: V > V_0$, $pr5: V \leq V_0$.

Системы уравнений для состояний «shtrib» и «amonton», записанные на языке Lisma [9], представлены на рис. 7.

$$\begin{aligned} x' &= V_p - V; \\ V' &= (k \cdot x - (F_s - F_c \cdot V)) / m; \end{aligned} \quad \text{а)}$$

$$\begin{aligned} x' &= V_p - V; \\ V' &= (k \cdot x - F_c) / m; \end{aligned} \quad \text{б)}$$

Рис. 7. Уравнения движения на языке Lisma:

a – в зоне штрибек-эффекта, *б* – в зоне закона Амонтона–Кулона

Компьютерные эксперименты. При проведении компьютерных экспериментов использовался следующий набор параметров: $m = 1$, $k = 2$, $V_p = 2$, $k_{tr} = 0,6$, $F_s = 5,88$, $V_0 = 1$. Полученные в среде ИСМА временные диаграммы представлены на рис. 8.

На временной зависимости локального состояния z от времени значение 0 соответствует состоянию «stick», 1 – состоянию «shtrib», 2 – состоянию «amonton».

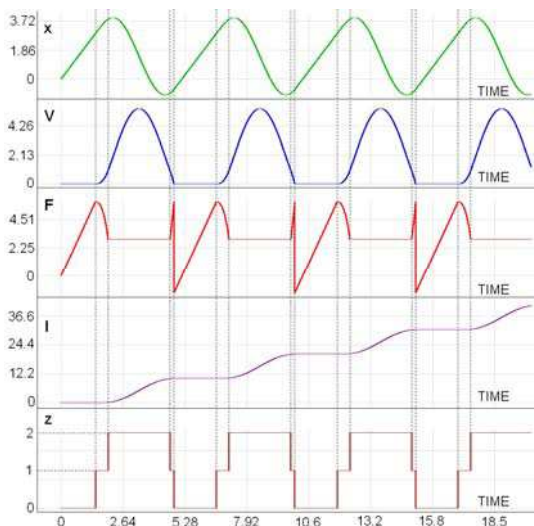


Рис. 8. Временные диаграммы:

x – растяжение пружины; V – скорость движения тела; F – сила трения; I – смещение тела относительно начальной координаты; z – локальное состояние

Зависимость скорости движения тела от растяжения пружины представлена на рис. 9.

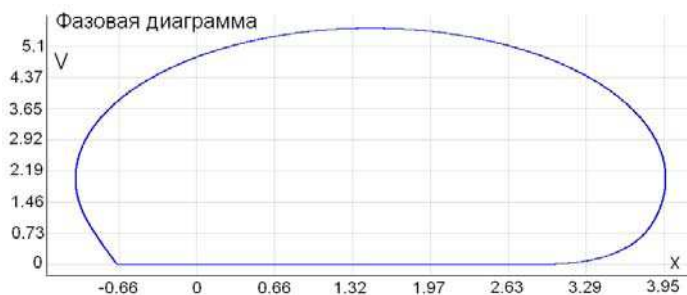


Рис. 9. Зависимость скорости движения тела от растяжения пружины

Влияние линеаризации штрибек-эффекта на результат моделирования показано на рис. 10.

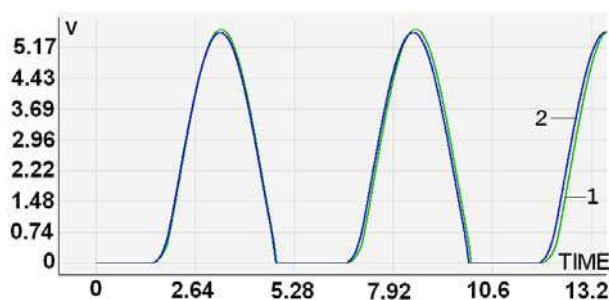


Рис. 10. Временная диаграмма скорости движения тела:

- 1 – при использовании нелинейной зависимости штрибек-эффекта;
2 – при использовании линеаризованной зависимости

Заключение

В работе решена задача формализации модели ГС, обладающей иерархической структурой. Разработан и реализован в рамках инструментальной среды ИСМА графический формализм иерархических карт поведения.

Для иллюстрации применения формализма исследована система прерывистого трения. Новый формализм комбинирует удобство и наглядность диаграмм Харела с эффективностью символьного способа задания локальных непрерывных поведений гибридной системы.

Компьютерный анализ модели прерывистого скольжения показал допустимость линеаризации нелинейной характеристики штрибек-эффекта, поскольку ее влияние на результаты моделирования является незначительным.

Результаты компьютерных экспериментов полностью совпадают с изложенными в литературе положениями, что подтверждает состоятельность предложенного подхода при моделировании ГС.

В программном комплексе ИСМА, в отличие от современных отечественных и зарубежных аналогов, пользователю предоставлена возможность выбора варианта описания программных моделей ГС в виде текстовой, графической или структурно-текстовой спецификации. Разработанные в рамках ПК ИСМА формализмы, дополняют существующие способы описания ГС. При этом имеются функциональные преимущества компьютерного анализа ГС, ориентированные на предметного пользователя.

Литература

1. **Astrom K. J. Canudas-de-Wit C.** Revisiting the LuGre Model. Stick-slip motion and rate dependence // IEEE Control Systems Magazine. 2008. June. No 28. P. 101–114.
2. **Bruzzone L. Bozzini G.** Modified Luge friction model for the simulation of stick-slip phenomena // Proc. of the IASTED Modeling, Identification and Control (MIC) 2011, Innsbruck, Austria, February 14–16, 2011. P. 152–158.
3. **Востриков А. С., Французова Г. А.** Теория автоматического регулирования: Учеб. Пособие. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2006. 368 с.
4. **Колесов Ю. Б.** Объектно-ориентированное моделирование сложных динамических систем. СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2004. 239 с.
5. **Крагельский И. В., Щедров В. С.** Развитие науки о трении. Сухое трение. М., 1956. 236 с.
6. **Первозванский А. А.** Трение – сила знакомая, но таинственная // Соросовский образовательный журнал. 1998. №2. С. 129–134.
7. **Сениченков Ю. Б.** Численное моделирование гибридных систем. СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2004. 206 с.
8. **Томилов И. Н. Мыссак М. С.** Иерархические карты поведения в компьютерном моделировании гибридных систем // Автоматизированные системы и информационные технологии. Сборник научных трудов Российской научно-практической конференции. Новосибирск: НГТУ, 2011. С. 222–230.
9. **Шорников Ю. В., Томилов И. Н.** Программа языкового процессора с языка LISMA (Language of ISMA) // Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2007611024. М.: Роспатент, 2007.
10. **Шорников Ю. В. и др.** Инструментальные Средства Машинного Анализа (ИС-МА). / Ю.В. Шорников, В.С. Дружинин, Н.А. Макаров, К.В. Омельченко, И.Н. Томилов // Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2005610126. М.: Роспатент, 2005.