

ОПЫТ ОБУЧЕНИЯ ПРЯМОЙ ИМИТАЦИИ*

Ю. И. Рыжиков (Санкт-Петербург)

Постановка задачи

В 2009 г. все прогрессивное человечество отметило столетие выхода в свет пионерской работы А. К. Эрланга по теории очередей (она же теория массового обслуживания – ТМО). За последние полвека был получен колоссальный объем результатов, позволивших разработать и реализовать на ЭВМ численные методы расчета систем и сетей общности, еще недавно казавшейся фантастической. Однако эти достижения почти не востребованы практиками, в частности из-за того, что в подавляющем большинстве вузов изучение ТМО по сию пору не идет дальше Эрланга.

Как универсальный инструмент решения задач теории очередей и средство компенсации недостатков в образовании обычно рассматривается *имитационное моделирование*, для применения которого, по мнению одного из наших докладчиков на первой конференции ИММОД, «не нужно знать ни математики, ни теории вероятностей». Этот аргумент основывается на работе с автоматизированными системами имитации (АСИ), наиболее известным представителем которых является GPSS. Общим недостатком систем подобного типа является скрытая от программиста логика встроенного интерпретатора, накладывающего ограничения на класс решаемых задач¹. Кроме того, претензии на универсальность интерпретатора чрезмерно его утяжеляют и в десятки раз замедляют моделирование. Так, при прогоне на GPSS модели простой системы обслуживания:

- все окна закрыты – 4 с;
- выводится таймер – 97 с;
- открыты окно блоков и таймер – 5271 с (почти полтора часа).

Для сравнения укажем, что та же модель на Фортране была реализована за 0,05 с.

Упомянутые дефекты принципиально присущи любым АСИ. Отметим, наконец, что обучение чисто кнопочным технологиям привело к выдавливанию из информатики единственно интеллектуального элемента – программирования, а из курса математики – численных методов, замененных работой с системами компьютерной алгебры типа MathCAD. Следствием явилось кастрирование творческого потенциала и тотальное поглупление студентов технических вузов, что является *прямой угрозой будущему России*.

На наш взгляд, обучение расчету систем и сетей с очередями должно проводиться на основе *современной* теории очередей и *прямого моделирования* сетей на универсальных языках программирования вычислений, безусловным лидером среди которых является новый Фортран. Только этот подход обеспечивает *понимание логики моделирования*, что делает его применение в образовательных целях незаменимым.

Программа дисциплины

В Военно-космической академии им. А. Ф. Можайского ИМ в течение более чем 30 лет изучается в составе дисциплины «Компьютерное моделирование» Приведем выписку из программы, рассчитанной на 66 аудиторных часов.

Тема 1. Математическое моделирование. Организация математического эксперимента. Виды математического моделирования. Проблема очередей. Распределения,

* Работа поддержана программой фундаментальных исследований ОНИТ РАН (проект 2.3) и грантом РФФИ 10-08-00906-а.

¹Далеко не полный перечень дефектов системы GPSS World см. в книге: Рыжиков Ю. И. Имитационное моделирование. Теория и технологии. СПб.: КОРОНА-принт, 2004. 380 с.

моменты, ПЛС. Остаточные распределения. Exp-, Г-распределения. Коэффициенты немарковости. Аппроксимация распределений. Фазовые распределения.

Тема 2. Элементы модели ТМО. Потоки заявок, их суммирование, случайное и регулярное прореживание. Интенсивность обслуживания в n-канальной системе. Дисциплины очереди и обслуживания. Показатели эффективности.

Тема 3. Законы сохранения. Сохранение заявок, стационарной очереди, вероятностей, объема работы. Расчет M/M/1 с применением законов сохранения.

Тема 4. Имитационное моделирование. Базовая модель и ее варианты. Моделирование сетей. Понятие о цепи будущих событий (ЦБС). Кольцевая ЦБС. Физические и программные и ДСЧ. Получение $\{X_i\}$ методом обратной функции и специальными методами. Обработка результатов: оценки и требования к ним, точность и надежность. Регенеративный анализ. Методы понижения дисперсии: оценки с минимальной дисперсией, расслоенные выборки, контрольные переменные, дополняющие и параллельные выборки.

Моделирование на GPSS: структура программы; транзакты, блоки, устройства и память; СЧА; команды. Обзор GPSS World.

Агентно-ориентированное моделирование. Структура агента. Модель поведения, ментальная модель, сервисы. Цели агентных исследований.

Этапы разработки имитационных моделей. Анализ результатов, интерпретация, реализация, аккредитация.

Пакет МОСТ (Массовое Обслуживание – Стационарные задачи). Проверка законов сохранения на имитационной модели.

Тема 5. Расчет немарковских систем. Методы марковизации. Идея линейчатых процессов. Вложенная цепь Маркова для M/G/1. Расчет системы GI/M/1. Метод фиктивных фаз: диаграммы и матрицы переходов для M/E₃/2, M/H₂/3, H₂/M/3. Уравнения баланса. Их решение методом итераций. Метод матрично-геометрической прогрессии. Выходящий поток.

Тема 6. Специальные дисциплины обслуживания. Относительные приоритеты и их оптимальное назначение. Абсолютный PRTY с дообслуживанием. Схема классов для смешанного PRTY. Обслуживание с динамическим приоритетом. Квантованное циклическое обслуживание. Многоуровневая система очередей.

Тема 7. Сети обслуживания. Базовые понятия. Показатели эффективности. Понятие о П-сетях и теореме ВСМР. Потокэквивалентная декомпозиция. Разомкнутые сети с простейшими и рекуррентными потоками. Замкнутые и смешанные сети. Средние времена пребывания для разомкнутых и замкнутых сетей. Расчет ПЛС и высших моментов распределения времени пребывания.

Законы сохранения

В физике, химии, инженерном деле важную роль играют *законы сохранения*. Установление законов сохранения справедливо считается показателем зрелости соответствующей науки. Применительно к теории очередей такие законы имеют отчетливое физическое истолкование, а их применение упрощает анализ СМО. При их кажущейся очевидности из них удастся извлечь далеко не тривиальные следствия.

Закон сохранения заявок формулируется в следующем виде:

Частота поступления заявок в канал обслуживания в среднем равна частоте выходов из этого канала.

Для n-канальной системы условие баланса заявок сводится к

$$\sum_{j=0}^{n-1} (n-j)p_j = n - \lambda b,$$

где $\{p_j\}$ – распределение числа заявок в системе, λ – интенсивность входящего потока, b – среднее время обслуживания.

Зафиксируем число заявок в очереди перед прибытием очередной заявки и в момент приема ее на обслуживание. Очевидно, что при дисциплине очереди FCFS *распределение числа заявок, прибывших за время ожидания начала обслуживания, совпадает с распределением длины очереди перед прибытием заявки.*

Сформулированный выше закон позволяет установить связь между моментами распределения времени пребывания заявки в очереди и факториальными моментами ее длины:

$$w_k = q_{[k]} / \lambda^k, \quad k = 1, 2, \dots$$

В частности, среднее время ожидания в очереди $w_1 = q_1 / \lambda$ (формула Литтла). Эта формула справедлива независимо от сохранения принципа FCFS и типа распределения интервалов между смежными заявками. Более того, она верна и для *сетей обслуживания.*

Для «консервативных» дисциплин обслуживания *распределение объема невыполненной работы, находящегося в СМО, постоянно и не зависит от выбора конкретной дисциплины.*

Покажем применение этого принципа (сохранения объема работы) к расчету среднего времени ожидания заявки в однолинейной системе. В данном случае средний объем работы совпадает со средним значением w времени ожидания начала обслуживания вновь прибывшей заявкой. Это время будет складываться из времени завершения $\bar{f}_1 = b_2 / (2b_1)$ начатого обслуживания и времени обслуживания ранее пришедших заявок. Средний остаток начатого обслуживания должен учитываться с вероятностью занятости системы, равной $\rho = \lambda b_1$. Среднее число заявок в очереди на основании формулы Литтла составит λw , причем каждая из них в среднем обслуживается b_1 единиц времени. Итак, закон сохранения объема работы приводит к равенству $w = \lambda b_2 / 2 + \lambda w b_1$, откуда следует формула Полячека-Хинчина

$$w = \frac{\lambda b_2}{2(1 - \lambda b_1)}.$$

Поскольку $b_2 = b_1^2(1 + v_B^2)$, при одинаковых b_1 среднее время ожидания по отношению к показательному распределенному обслуживанию ($v_B = 1$) в «регулярном» случае уменьшается вдвое, а при $v_B = 2$ возрастает в 2,5 раза. Это наиболее наглядная иллюстрация категорического императива *учета высших моментов распределений обслуживания.* С другой стороны, из анализа знаменателя следует необходимость $\rho = \lambda b_1 / n < 1$. Отсюда следует вывод о *недопустимости выбора средней скорости обслуживания, равной интенсивности потока заявок.*

Практическое имитационное моделирование

Практические занятия по ИМ посвящены разработке структурных схем моделей на основе обсуждавшейся на лекции базовой, а также написанию на Фортране датчиков случайных чисел. Задания выдаются на бригады из 2–3 человек. Отчет выполняется общий, защита – индивидуальная. Предлагались следующие варианты моделей:

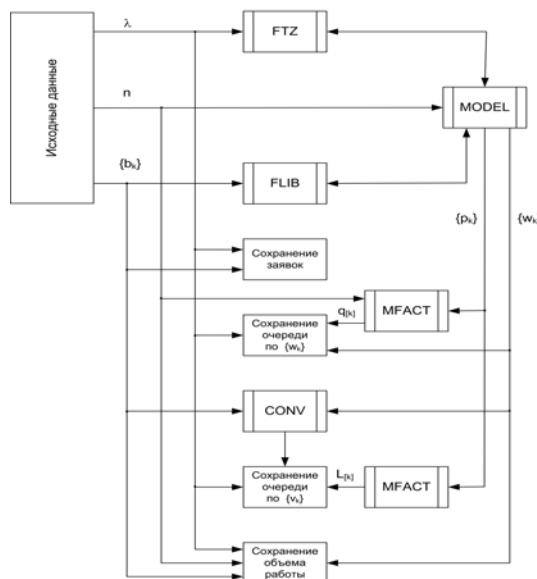
1. Одноканальная система с нетерпеливыми в очереди заявками.
2. Многоканальная система с относительным приоритетом
3. Многоканальная система с абсолютным приоритетом.
4. Одноканальная система с динамическим приоритетом.
5. Одноканальная система обслуживания кольцевой системы очередей с дисциплиной переключения по исчерпанию текущей очереди.
6. То же с переключением по исчерпанию заявок, накопленных к началу обслуживания данной очереди.
7. Циклическая система квантованного обслуживания (дисциплина Round-Robin).
8. Квантованное обслуживание многоуровневой системы очередей.
9. Многоканальная система – определение моментов распределения длительности периодов полной занятости.

Программы ДСЧ составлялись для вырожденного, равномерного, треугольного, эрлангова, кокова и гиперэкспоненциального распределений.

Проверка на модели законов сохранения

Эта лабораторная работа выполнялась на базе студенческой версии пакета МОСТ. Работа закрепляла знания элементов теории распределений; законов сохранения; принципов и технологий имитационного моделирования. В каждом из вариантов указывались число каналов n (один или два) и тип распределения длительности обслуживания. Составленные бригадой ДСЧ для интервалов между заявками и длительностей обслуживания «пристегивались» к главной Фортран-программе, которая в основном состояла из вызовов процедур МОСТа. Имитационная модель доставляла распределение числа заявок в системе и моменты распределения ожидания начала обслуживания.

Обсуждавшиеся выше количественные следствия из законов сохранения тестировались посредством оценки невязок левой и правой частей соответствующих формул. Закон сохранения стационарной очереди проверялся для трех моментов распределений в двух вариантах: для очереди и для системы в целом (для многоканальной системы второй вариант справедлив только в случае регулярного обслуживания). Ниже приведена схема взаимодействия программных модулей и обмена информацией между ними.



Оценивалось поведение невязок при увеличении количества испытаний и порядка оцениваемых моментов.

Выполнение работы и защита отчетов по ней, а также разработка схем вышперечисленных нетривиальных моделей заметно способствовали пониманию предмета и повышению интереса к нему.

Заключение

Предлагаемый подход, в отличие от работы с инструментальными системами моделирования, позволяет усвоить фундаментальные базовые понятия и технологии ИМ и в дальнейшем, при необходимости, более сознательно применять инструментальные системы ИМ.