СИНТЕЗ ПЛАНА ИМИТАЦИОННОГО ЭКСПЕРИМЕНТА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАЧЕСТВА СУДОВЫХ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ

Г. Е. Барщевский, А. А. Горячев (Санкт-Петербург)

При исследовании сложных судовых автоматизированных систем (САС) необходимо учитывать неполноту априорной информации о значениях некоторых параметров САС[1].

Рассмотрим необходимость учета разброса параметров и оценки степени их влияния на примере двух видов судовых САС: судовых автоматизированных электроэнергетических систем (ЭЭС) и автоматических систем управления движением (АСУД) судов.

При исследовании и проектировании судовых автоматизированных ЭЭС необходимо учитывать технологический разброс параметров отдельных элементов ЭЭС, в частности, синхронных генераторов, асинхронных двигателей, выпрямителей и двигателей постоянного тока. Кроме того, весьма существенные ошибки возникают при определении параметров эквивалентных асинхронных двигателей, а также при недостаточно полном учете нагрузочных характеристик мощных электроприводов. Как будет показано ниже, неучет разброса параметров эквивалентной ЭЭС может привести к ошибкам расчета значений показателей качества процессов на 20–30%

Не менее важен учет неполной априорной информации о параметрах АСУД судна. В этих системах помимо разброса параметров элементов САС необходимо учитывать отсутствие точной информации о значениях параметров объектов управления современных кораблей и судов.

При оценке влияния разброса параметров необходимо совокупность значений параметров судовой ЭЭС $x1$, $x2$, …, xn рассматривать как n-мерный случайный вектор, а совокупность значений показателей качества процессов К1, К2, …, Кn как m-мерный случайный вектор, определенный на множестве реализаций САС. Если расчетные значения показателей качества процессов находятся в заданных пределах, но незначительно отличаются от их максимально допустимых значений, то в результате разброса вышеуказанных параметров действительные значения этих показателей могут выйти за допустимые пределы.

Для учета влияния разброса параметров необходимо, кроме значений отдельных показателей качества, вычислять их вероятностные характеристики, т.е. математические ожидания, дисперсии, а также вероятность того, что их значения не выйдут за заданные пределы. Определение вероятностных характеристик вектора показателей в самом общем виде является чрезвычайно сложной задачей.

Применение методов статистических испытаний путем многократного моделирования процессов в САС приводит к большим затратам временных ресурсов[2]. Поэтому для решения этой задачи предлагается использовать методы планирования имитационного эксперимента, реализованного на компьютере.

Можно показать, что, если все моменты плана имитационного эксперимента будут равны соответствующим моментам законов распределения параметров, то и моменты распределения показателей качества процессов, полученных в результате обработки плана имитационного эксперимента, будут являться оценками истинных значений соответствующих моментов указанных показателей. При этом, чем больше значений моментов учитывается в плане эксперимента, тем точнее получаются оценки показателей.

Планы имитационного эксперимента, содержащие ограниченное число расчетных точек, значительно меньше, чем число точек необходимых для проведения статических испытаний

Отсюда возникает задача синтеза планов имитационного эксперимента, у которых значения нескольких четных моментов плана равны соответствующим моментам законов распределения параметров. Для решения этой задачи целесообразно пользоваться непрерывными симметричными планами эксперимента.

Непрерывным имитационным планом называется совокупность величин вида:

$$\xi = \begin{Bmatrix} x^{(1)}, x^{(2)}, ..., x^{(N)} \\ \xi_1, \xi_2, ..., \xi_N \end{Bmatrix} \quad , \tag{1}$$

где x(1), x(2),…,x(N) – точки спектра плана; ξu – величины, называемые относительными весами или частотами проведения наблюдений (эксперимента) в соответствующих точках плана.

В этом случае для получения требуемых значений моментов, можно менять как за счет изменения размеров отдельных конфигураций, так и за счет изменения частот проведения эксперимента в этих конфигурациях.

Наиболее простую задачу представляет собой синтез планов имитационного эксперимента собственных моментов, которые обеспечивают равенство общего и частного плана, содержащего одну конфигурацию и нулевую точку, причем конфигурации соответствует план полного (дробного) факторного эксперимента или преобразованный план Плакета–Бермана, а разрешающей способностью не менее четырех.

Запишем уравнения для двух первых четных моментов плана:

$$\text{Na1}^2\varepsilon 1 = \alpha 2; \quad \text{Na1}^4\varepsilon 1 = \alpha 4 \tag{2}$$

где N – общее число точек спектра; a1 – размер гиперкуба; ε1 – частота проведения эксперимента в данной конфигурации; α2, α4 – второй и четвертый моменты законов распределения параметров.

Аналогичные результаты получаются для аппроксимируемой модели, представляющей собой неполный полином третьего порядка, не содержащий кубов нормированных значений переменных. Тогда для определения характеристик плана необходимо в выражении (2) вместо α4 подставить значение α22.

Преобразовав равенство(2) получим формулы для выражения размеров гиперкуба и частот проведения эксперимента:

$$a^2 = \frac{\lambda_4}{\lambda_2} \quad ; \xi = \frac{\lambda_2^2}{N_1\lambda_4} . \tag{3}$$

Так для равномерного закона распределения (α2=1/3; α4=1/5) *a*=0,767, ε = 0,07695; а для нормального закона (α2=1/9; α4=1/27) *a*=0,481, ε = 0,024465.

Рассмотрим непрерывные симметричные композиционные планы, обеспечивающие равенства не только собственных моментов имитационного эксперимента. Эти планы включают в себя две симметричные конфигурации. Нечетные моменты этих планов равны нулю, а выражения для четных моментов принимают следующий вид:

$$N_{11}a_1^2\xi_1 + N_{21}a_2^2\xi_2 = \lambda_2 ; \tag{4}$$

$$N_{12}a_1^4\xi_1 + N_{22}a_2^4\xi_2 = \lambda_{22} ; \tag{5}$$

$$N_{11}a_1^4\xi_1 + N_{21}a_2^4\xi_2 = \lambda_4 . \tag{6}$$

где N_{11}, N_{12} – число точек спектра 1-й конфигурации, в которой пары параметров принимают ненулевые значения; N_{21}, N_{22} – число точек спектра 2-й конфигурации, в которой соответственно пары и тройки параметров принимают ненулевые значения; a_1, a_2 – размер конфигурации; ξ_1, ξ_2 – частота проведения эксперимента в данной конфигурации.

Решив систему уравнений (2), (3), получим следующие выражения для частот проведения эксперимента в отдельных конфигурациях:

$$\xi_1 = \frac{N_{21}\lambda_{22} - N_{22}\lambda_4}{a_1^4(N_{12}N_{21} - N_{11}N_{22})};$$
$$\xi_2 = \frac{N_{12}\lambda_4 - N_{11}\varphi^2}{a_2^4(N_{12}N_{21} - N_{11}N_{22})}. \qquad (7)$$

Для синтеза плана необходима положительность частот, соответствующих точкам спектров первой и второй конфигураций.

Введем понятие приведенных моментов плана эксперимента. Приведенные моменты четвертого порядка будут определяться следующим выражением:

$$\lambda_4^{(1)} = \frac{N_{11}(N_{21}\lambda_{22} - N_{22}\lambda_4)}{N_{12}N_{21} - N_{11}N_{22}}; \ \lambda_4^{(2)} = \frac{N_{21}(N_{12}\lambda_4 - N_{11}\lambda_{22})}{N_{12}N_{21} - N_{11}N_{22}} . \qquad (8)$$

Как видно из (8) выражения для приведенных моментов зависят только от характеристик конфигураций, входящих в спектр плана эксперимента, и от значений четвертых моментов законов распределения исследуемых параметров.

Подставив выражения для приведенных моментов в (8), можно уравнение, связывающее размеры конфигураций с приведенными моментами четвертого порядка и моментом второго порядка, записать в каноническом виде:

$$\frac{\lambda_4^{(1)}}{a_1^2} + \frac{\lambda_4^{(2)}}{a_2^2} = \lambda_2. \qquad (9)$$

Ввиду того, что четные моменты плана всегда положительны, уравнение (9) имеет решение только при выполнении следующих соотношений:

$$a_1^2 > \frac{\lambda_4^{(1)}}{\lambda_2} a_2^2 ;\ a_2^2 > \frac{\lambda_4^{(2)}}{\lambda_2} .$$

Определим условия баланса частот. С этой целью, выразив a_2 через a_1 и подставив выражения для частот проведения эксперимента (7), получим:

$$\frac{N_1}{N_{11}}\frac{\lambda_4^{(1)}}{a_1^4} + \frac{N_2}{N_{21}}\frac{\lambda_4^{(2)}(\lambda_2 a_1^2 - \lambda_4^{(1)})^2}{(\lambda^{(2)})^2 a_1^4} \le 1. \qquad (10)$$

Решив неравенство (7), получим допустимые пределы изменения a_1^2:

$$\frac{\lambda_4^{(1)}}{\varphi - \frac{\lambda_4^{(2)}}{\lambda_2}\frac{N_{21}}{N_2}} - c < a_1^2 \le \frac{\lambda_4^{(1)}}{\lambda_{22} - \frac{\lambda_4^{(2)}}{\lambda_2}\frac{N_{21}}{N_2}}, \qquad (11)$$

где $$c = \frac{\left(\frac{N_1}{N_{11}}\frac{\lambda_4^{(1)}}{a_1^4} + \frac{\lambda_4^{(1)2}}{\mu^{(2)}} - N_{11}\frac{N_1}{N_{11}}\frac{N_2}{N_2^1}\varphi^2\frac{\lambda_4^{(1)}}{\lambda_4^{(2)}}\right)^{1/2}}{\frac{N_2}{N_{21}}\frac{\mu_2^2}{\lambda_4^{(2)}} - 1}.$$

Рассмотрим наиболее часто используемый центральный композиционный план, включающий в себя гиперкуб размером a_1 и один комплект звездных точек размером a_2. Можно легко показать, что для этого плана вышеприведенные выражения и соотношения существенно упрощаются. Так выражения для приведенных моментов и частот проведения эксперимента равны:

$$\lambda^{(2)} = \lambda_{22}\,;\ \lambda^{(2)} = \lambda_4 - \lambda_{22}\,;$$
$$\xi_1 = \frac{\lambda_{22}}{2^{n-p}a_1^4}\,;\ \xi_2 = \frac{\lambda_4 - \lambda_{22}}{2a_2^4}\,. \qquad (12)$$

Уравнение (9) принимает вид:

$$\frac{\lambda_{22}}{2^{n-p}a_1^4} + \frac{\lambda_4 - \lambda_{22}}{2a_2^4} = \lambda_{22}\,. \qquad (13)$$

Условие баланса частот:

$$\frac{\lambda_{22}}{\lambda_2 - \dfrac{\lambda_4 - \lambda_{22}}{\lambda_2 n}} - c < a_1^2 \le \frac{\lambda_{22}}{\lambda_2 - \dfrac{\lambda_4 - \lambda_{22}}{\lambda_2 n}} + c\,, \qquad (14)$$

где $$c = \frac{\lambda_2}{\dfrac{\lambda_{22} n}{\lambda_4 - \lambda_{22}} - 1}\,. \qquad (15)$$

Можно показать, что, исходя из приведенных ограничений, для ЦКП пределы изменения гиперкуба будут определяться неравенством:

$$\lambda_2 < a_1^2 \le \frac{(n-1)\lambda_2 + \dfrac{\lambda_4}{\lambda_2}}{(n+1)\lambda_2 - \dfrac{\lambda_4}{\lambda_2}}\lambda_2\,. \qquad (16)$$

Если моменты плана эксперимента должны быть равны соответствующим моментам равномерного закона распределения параметров, то указанное неравенство примет вид:

$$0{,}333 < a_1^2 \le \frac{5n+4}{3(5n-4)}\,. \qquad (17)$$

В частности наибольшие размеры гиперкуба при равномерном распределении исследуемых параметров меняются от 0,882 при $n=2$ до 0,647 при $n=7$. Для остальных законов распределения эти ограничения носят еще более жесткий характер.

На основе вышеприведенных выражений могут быть определены размеры конфигураций и частоты проведения эксперимента любых симметричных планов вычислительного эксперимента с заданными значениями моментов.

Указанный подход был использован для определения вероятностных характеристик САС со статическими выпрямителями.

Литература

1. **Ермаков В. В.** Математическая теория планирования эксперимента. М., 1983.
2. **Зубарев Ю. Я.** Планирование вычислительного эксперимента. СПб,: Энергоатомиздат, 2000.