ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ СТРУКТУРЫ ДАННЫХ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ БЫСТРЫХ МЕТАМОРФОЗОВ ПОПУЛЯЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ

А. Ю. Переварюха (Санкт-Петербург)

Наука о моделировании популяционных процессов имеет длительную историю и накопленный арсенал методов, но развитие информационных технологий позволяет реализовать более гибкое и доступное для пользователя применение сложного математического аппарата. Целью работы является разработка моделей в вычислительной среде, позволяющих исследовать влияние скачкообразных изменений в онтогенезе рыб на динамику численности поколения. Специальный алгоритм отслеживания моментов структурных изменений дает возможность исследовать причины неэффективности существовавшей практики искусственного воспроизводства анадромных видов рыб и оценивать возможности технологических изменений рыбоводного процесса.

Простые функции и дискретные модели

В ихтиологической практике длительное время используются простые функциональные зависимости, являющиеся на самом деле операторами эволюции нелинейные динамических систем. Функции связывают всего две величины. Самая известная модель, математически формализующая зависимость запаса и пополнения:

$$R = aS\,exp(-bS), \tag{1}$$

где S – величина нерестового запаса; b – коэффициент, отражающий величину, обратную значению S, при котором число выжившей молоди максимально, соответственно, имеет смысл только $b<1$; a – безразмерный параметр, биологический смысл параметра a трактуется неоднозначно.

Графиком (1) является унимодальная кривая, имеющая одну точку перегиба и единственное пересечение с биссектрисой координатного угла $R=S$, геометрическим местом стационарных точек, (1) является функцией с отрицательным шварцианом.

Модель отражает эффект снижения численности пополнения при увеличении численности запаса. В этом случае повышенная плотность популяции становится негативным фактором, увеличивающим смертность. В модели (1) Рикером предполагалось, что на смертность влияет первоначальная численность поколения.

Позднее Дж. Шепард предложил уравнение, назвав его универсальным, в котором рассматривал введенную им некоторую критическую биомассу K:

$$R = \frac{aS}{1+(S/K)^{\beta}}, \tag{2}$$

где a – константа с размерностью пополнение на единицу биомассы; K – интерпретируется как биомасса, при превышении которой начинают действовать зависящие от плотности факторы смертности; β – параметр, определяющий интенсивность воздействия компенсационной (увеличивающейся от возрастания плотности) смертности. Особенности графика (2) существенно зависят сразу от трех параметров, и (2) может и не являться унимодальным отображением, в котором реализуется каскад бифуркаций удвоения периода.

Теория формирования пополнения начала развиваться ранее, чем были описаны некоторые важнейшие особенности динамики одномерных отображений и сценарии хаотизации. Применение (1),(2) отдельно от современных представлений нелинейной динамики оказалось существенным фактором для реальной практики управления биоресурсами и стало одной из основных причин отмечаемых случаев неудачного применения данных моделей, которых было предложено порядка дюжины.

Проблемы нелинейности

Преодоление описанных проблем требовало не просто комплекса новых моделей для разных случаев, но разработки принципиально нового метода их построения. Математический аппарат, который должен применяться при расчете допустимого уровня эксплуатации популяций и эффективности воспроизводства, от которого зависит способность восполнения запасов, необходимо разрабатывать с учетом современного уровня представлений нелинейной динамики. Основные математические зависимости, применяемые ранее при подобных расчетах, были предложены в 1960-х и 1970-х годах, ещё до открытия в 1978 г. универсальности поведения нелинейных систем М. Фейгенбаума и особенностей образования нескольких типов фрактальных границ областей притяжения аттракторов. Оказалось, что изменения в поведении разных дискретных динамических систем при бифуркациях, приводящие к хаотизации, характеризуются одной универсальной константой.

Как показано автором[1], модели формирования пополнения популяций Рикера, Шепарда, Бивертона и Холта, рассмотренные с применением методов теории бифуркаций дискретных динамических систем, обладают противоречивым поведением с точки зрения сущностной интерпретации всех возможных вариантов изменения их поведения, так как относятся к классу динамических систем, удовлетворяющих критериям теоремы Д. Сингера. Т.е. классифицирующим признаком служат характеристики, не имеющие интерпретации в рамках той предметной области, в которой были предложены используемые при расчете допустимых уловов модели. Недостоверное определение максимально возможного уровня изъятия, который сможет восполнить популяция, приводит к резкому сокращению запасов и далее полной деградации популяции, как произошло с осетровыми рыбами Каспийского моря.

Гибридные структуры данных

Таким образом, необходимо решить задачу разработки принципиально новой структуры моделей процесса воспроизводства водных биоресурсов для прогнозирования динамики популяции как результата баланса между репродуктивным потенциалом и величиной промысловой эксплуатации. В 2008 г. автором была разработана новая модель убыли первоначальной численности поколения на интервале уязвимости $t \in [0, T]$ в виде системы дифференциальных уравнений, учитывающая влияние уровня развития особей на смертность. Дополнительно введена функция $\Theta(S)$, отражающая снижение эффективности воспроизводства при деградации популяции, которая связана уменьшением вероятности встречи особей в сезон размножения. Это явление называют эффектом Олли. Экология формулирует не строгие законы, а обобщенные принципы, называемые часто по именам ученых, впервые описавших те или иные эффекты: Олли, Либиха, «конкурентного исключения» Гаузе, «минимума видов» Ремане. Соответственно, математическое моделирование биологических систем не имеет в основе какого-то фундаментального и не оспариваемого никем положения. Систему дифференциальных уравнений запишем следующим образом:

[1] Perevaryukha A. Yu. Uncertainty of Asymptotic Dynamics in Bioresource Management Simulation // Automatic Control and Computer Sciences. 2011. Vol. 45, No. 4. P. 223–232.

$$\begin{cases} \dfrac{dN}{dt} = -(\alpha w(t) N(t) + \theta(S)\beta) N(t) \\ \dfrac{dw}{dt} = \dfrac{g}{N^k(t)}, \theta(S) = \dfrac{1}{1-\exp(-cS)} \end{cases} \text{ с начальными условиями } w\big|_{t=0} = w_0,\ N\big|_{t=0} = \lambda S \text{ при } S = N\big|_{t=T}.$$

где S – величина нерестового запаса*;* $w(t)$ – отражает изменение пищевых потребностей по мере развития особей; g – ограничивающий фактор, учитывающий количество доступных кормовых организмов; убывающая функция $\Theta(S)\to 1$ и «не вмешивается» в расчеты, когда численность запаса достаточно велика; λ – средняя плодовитость особей; c – параметр, характеризующий степень выраженности эффекта Олли; α, β, $k<1$ – константы.

Последующее изучение деградирующих популяций позволило автору отметить некоторые интересные, но сложные и неожиданные эффекты в формировании пополнения, редко наблюдаемые у находящихся в стабильном состоянии популяций. Для модификации модели решено применить формализм гибридных автоматов (рис. 1), который позволит в моделях на основе дифференциальных уравнений при достижении особых состояний в пространстве переменных состояния (событий) изменять как значения параметров в правых частях дифференциальных уравнений первого порядка, так и их форму.

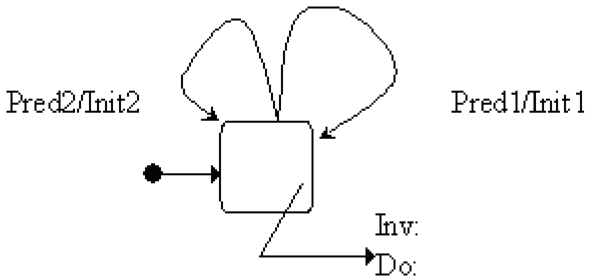

Рис. 1. Простой гибридный автомат с двумя переходами

Гибридный автомат в сущности есть расширение идеи дискретных карт состояний («statechart»), где узлам графической формы сопоставлены процессы, описываемые дифференциальными уравнениями. Структуру гибридного модельного времени предлагается математически формализовать в виде такой последовательности:

$$\tau = \left\{ \left\{ Gap\_pre_1, [0, T_1], Gap\_post_1 \right\}_1, \ldots \left\{ Gap\_pre_n, [T_{n-1}, T_n], Gap\_post_n \right\}_n \right\}. \quad (3)$$

где *Gap_pre* – «временная щель» для вычисления согласованных начальных условий *Init* и проверки предиката на левом конце промежутка очередного длительного поведения; *Gap_post* – «временная щель», где определяются новые начальные условия на правом конце текущего промежутка τ_i для решения следующей по порядку или выбранной по условиям предиката задачи Коши; T_i – время срабатывания перехода, в котором становится истинным предикат *Pred* события, приводящего к смене поведения.

Вычисляемые параметры и начальные условия объединены в виде множества кортежей:

$$\langle D_0, \tau, N_0(0), N(\tau) \rangle, \langle D_1, f(w_{k1}), N_0(\tau), N(\tau_1) \rangle, \langle D_2, f(w_k), N_0(\tau_1), N(\tau_2) \rangle. \quad (4)$$

Применение структуры (3) совместно с (4) позволит модельно описывать влияние изменений в онтогенезе, происходящих при смене этапов развития особей поколения D_0,D_1,D_2 и критически влияющих на выживаемость поколения $N(t)$, создавая на кривой воспроизводства (графике зависимости запас-пополнение) локальные минимумы. Время срабатывания перехода в гибридном автомате рассчитывается после проверки на истинность условий, заданных массивом значений w_i, оцененных по литературным данным.

Система AnyLogic предлагает достаточный выбор численных методов с изменяющимся шагом интегрирования для работы с системами обыкновенных дифференциальных уравнений (но только в форме Коши) и дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом. Это средство, позволяющее использовать популярный язык программирования Java, но имеющее и ряд недостатков, особенно в отношении визуализации результатов численных расчетов, может служить до некоторой степени малобюджетной альтернативой системе MatLab. Возможностями по построению гибридных моделей обладает и другой отечественный продукт – разработанный в Санкт–Петербурге MvStudium. Большой вклад в возможность численного моделирования гибридных систем внесли разработчики пакетов *MvStudium* и *Rand Model Designer* Ю.Б. Колесов и Ю.Б. Сениченков (Санкт-Петербургский политехнический университет).

Модель должна определяться конечным множеством режимов изменения состояния, с каждым из которых связана правая часть ОДУ, и множеством переходов между состояниями. Каждому переходу должно быть поставлено в соответствие условие завершения активности и функция инициализации новых начальных условий.

Непрерывно-дискретную модель смешанного воспроизводства, учитывающую выпуск некоторого количества молоди N_{art}, происходящий в момент времени t_{art}, можно определить в виде следующей системы с условиями перехода:

$$\begin{cases} \dfrac{dN_{i+1}}{dt} = -(\alpha w(t) N_{i+1}(t) + \theta(N_i(\tau))\beta) N_{i+1}(t), \quad N_{i+1}\big|_{t=t_{art}} = N_{i+1}(t) + N_{art}, N_{i+1}\big|_{t=0} = \lambda N_i\big|_{t=\tau} \\ \dfrac{dw}{dt} = \dfrac{g}{N_{i+1}^{\frac{2}{3}}(t) + \zeta}, \quad w_{i+1}\big|_{t=t_{art}} = w_{i+1}(t) + \Delta w, \;\; w_{i+1}\big|_{t=0} = w_0. \end{cases} \tag{5}$$

Для исследования эффективности данного управляющего воздействия необходимо анализировать только величину относительного отклонения:

$$\rho = \frac{\psi(S, \langle N_{art}, t_{art} \rangle) - \psi(S)}{\psi(S)} \times 100. \tag{6}$$

Исследование модели показало, что выпуск молоди может как стабилизировать популяцию на более высоком уровне численности, так и снизить численность при чрезмерном выпуске молоди. Популяция нечувствительна к огромным масштабам выпуска:

$$\forall t_{art} < t^*_{art}, \forall \text{S>0}\ \exists \eta < 0 \text{ такое, что } \lim_{N_{art}\to\infty} \frac{\psi(S, \langle N_{art}, t_{art} \rangle) - \psi(S)}{\psi(S)} = \eta.$$

Основной сценарий изменения технологии искусственного воспроизводства заключается в реализации перехода от определённой пары $\langle N_{art}, t_{art} = \text{const} \rangle$ стандарта к упорядоченной последовательности $\mathbf{B} = \left\{ \langle N^0_{art}, t^0_{art} \rangle, \ldots \langle N^i_{art}, t^i_{art} \rangle \right\}$ моментов выпуска партий. Как показывают исследования функционала, $\max \rho[\mathbf{B}]$ увеличивается при формировании равномерно уменьшающихся партий, но далее при любом количестве партий становится отрицательным, что говорит о потере эффективности. Не удалось получить модельное увеличение уловов более 17% при самом распределенном выпуске.

Выводы

Масштабное антропогенное изменение естественной среды обитания многих ценных видов рыб существенно повлияло на их возможности выживания. Вследствие реализации гидростроительных проектов осетровые Каспийского моря лишились доступа к большей части естественных нерестилищ в бассейне Волги. Восполнить потери планировалось с использованием технологии заводского воспроизводства молоди, однако не была достоверно известна эффективность подобных мероприятий, и в результате коэффициенты возврата заводской молоди неоднократно переоценивались, что приводило к существенным проблемам при оценке допустимого уровня эксплуатации популяций.

В 1970-е годы эксперты обосновали концепцию максимизации ежегодного вылова за счет выпуска молоди осетровых (порядка 90 млн шт.). Были достигнуты существенные объёмы выпуска, но заявленные планы не были реализованы. С 1998 г. осетровые включены в список Конвенции о международной торговле видами дикой фауны и флоры, находящимися под угрозой исчезновения. По мере увеличения выпуска молоди (в 1984 г. выпуск превысил 104 млн. шт.), достигнув своего максимума в объеме 27,3 тыс. т (без учёта вылова Исламской Республики Иран) в 1977 г., уловы осетровых стали сокращаться. Планы стабильного получения улова в 30 тыс. т за счет выпуска 90 млн шт. 3-граммовой молоди так и остались несбыточными.

Модель (5) предсказывает эффект замедления темпов созревания и роста при масштабном искусственном воспроизводстве. Соответственно, увеличение плотности и внутривидовой конкуренции среди младших возрастных групп приводит к нарушению естественной возрастной структуры популяции в сторону непропорционального преобладания неполовозрелых особей. Коэффициенты промыслового возврата для искусственной молоди, изначально принятые как 3%, впоследствии неоднократно пересматривались. В 1989 г. они определялись для осетра 1,2%, севрюги 1%, белуги 0,1%, в 1998 г. для осетра 0,7% , севрюги 0,83%, белуги 0,07%. Объяснить столь низкую эффективность выпуска белуги *Huso huso* только в рамках представлений о сильном действии зависимых от плотности факторов смертности на ранних этапах развития уже нельзя.